

Gedanken zu einer Reform des Mathematikunterrichts *

Berliner Mathematische Gesellschaft (BMG)

25. Oktober 2003

„Die Leistungen deutscher Schülerinnen und Schüler in Mathematik und in den Naturwissenschaften sind schlechter, als die Öffentlichkeit es erwartet, und reichen offensichtlich nicht aus, um unsere Jugend in die Lage zu versetzen, die Herausforderungen der Zukunft zu bewältigen.“ (vgl. [Fac98], S. 1) Das zeigen nicht nur die Ergebnisse von TIMSS und PISA. Wenn auch die Ursachen dafür vielfältig sind, so liegen sie sicher vor allem im Mathematikunterricht selbst. Es besteht daher dringender Handlungsbedarf, diesen Unterricht in seiner inhaltlichen und didaktisch-methodischen Ausrichtung zu verbessern.

Die nachfolgenden Thesen wollen zu einer Neuorientierung des Mathematikunterrichts anregen. Wir geben grundsätzliche Empfehlungen, die sich insbesondere auf eine veränderte Einstellung zum Mathematikunterricht beziehen. Wir hoffen, dass bei einer Reform des Mathematikunterrichts unsere Anregungen aufgenommen werden und erklären uns bereit, an Diskussionen insbesondere über Rahmenpläne teilzunehmen.

In Berlin ist aufgrund der angekündigten Schulzeitverkürzung eine Reform der Rahmenpläne für die Oberstufe im Fach Mathematik erforderlich mit einer einhergehenden Revision der Rahmenpläne für die Jahrgangsstufen 9 und 10; mit diesen Thesen wollen wir einen Beitrag bei der Umsetzung dieses Vorhabens leisten. Wir unterstützen außerdem nachdrücklich die in den „Einheitlichen Prüfungsanforderungen (EPA) im Fach Mathematik“ (vgl. [Ber02]) dargelegten Positionen. Ihr Geist ist unmittelbar auf den Mathematikunterricht in der Mittelstufe übertragbar. Weiterhin erscheint es überlegenswert, im Zuge einer Revision der Curricula schultypische Unterschiede zu berücksichtigen (insbesondere vor dem Hintergrund der Formulierung von Abschlussstandards in Klassenstufe 10).

1 Das Bild von Mathematik

Mathematik ist ein über Jahrtausende entwickeltes Kulturgut. Als Wissenschaft zeichnet sich die Lehre von Größen, Zahlen, Formen und Strukturen durch die Gewissheit ihrer Erkenntnisse aus. Durch ihre erstaunlichen Anwendungsmöglichkeiten in vielfältigen Bereichen des modernen Lebens (z.B. Technik, Medizin, Kommunikation) ist die Bedeutung von Mathematik und mathematischer Ausbildung noch stark angewachsen. Die Anwendungen führen ihrerseits wieder zur Entwicklung neuer Methoden innerhalb der Mathematik.

*Kontakt: Prof. Dr. Jürg Kramer, Vorsitzender der BMG

Das Bild der Mathematik in der Schule muss dieser Vielfalt Rechnung tragen. Mathematik sollte entsprechend als ein spannendes Wissensgebiet dargestellt werden. Als Schulfach muss sie folgende Grunderfahrungen ermöglichen:

- Mathematik als exakte, deduktive Wissenschaft;
- Mathematik als Grundlage zur Modellierung und Lösung von Problemen des täglichen Lebens und aus anderen Wissenschaften;
- Mathematik als experimentelle Wissenschaft, mit ihrer Förderung von Kreativität und dem Erlernen allgemeiner Problemlösefähigkeiten.

Neben der Vermittlung der Grundlagen aus Algebra, Analysis, Geometrie und Stochastik werden Freiräume benötigt, in denen exemplarisch auf aktuelle Entwicklungen und ihre Anwendungsbezüge in sogenannten Schlüsseltechnologien eingegangen werden kann. Die behandelten Themen sollten dabei einen klaren Bezug zur Lebenswelt der Schüler besitzen. Für die Auswahl geeigneter Themenbereiche, die einerseits aktuell und andererseits den Schülern der betreffenden Jahrgänge zugänglich sind, ist eine intensivere Zusammenarbeit zwischen Schule und Universität unbedingt wünschenswert.

Nur wenn durch einen modernen Unterricht die Notwendigkeit der Mathematik für jeden deutlich vor Augen geführt wird, ist es möglich, langfristig eine allgemeine Wertschätzung mathematischer Ausbildung zu vermitteln. Wichtig ist dabei die Erfahrung, wozu das alles gebraucht wird, damit sich in der Öffentlichkeit das Bild der Mathematik von der bekannten Koketterie mit "In Mathe war ich immer schlecht" in "Mathematik ist in" wandeln kann.

2 Ausbildungsziele des Mathematikunterrichts

Mathematische Kompetenz kann nur auf einer Basis solider Grundkenntnisse entstehen. Diese beinhalten zum einen möglichst exakte Vorstellungen über die Bedeutung der verwendeten Begriffe und Strukturen, zum anderen die von der Wirtschaft immer wieder eingeforderte sichere Beherrschung von Techniken und Verfahren. (Beispielsweise ist ohne Sicherheit im Bruchrechnen an eine Behandlung von Integralen gar nicht zu denken.) Nur durch selbständiges Anwenden von mathematischen Grundkenntnissen auf Probleme inner- und außerhalb der Mathematik kann der Schüler eigenständig zu mathematischen Erkenntnissen gelangen. Hierzu sind insbesondere solche Themen geeignet, die innerhalb der Mathematik eine zentrale Stellung einnehmen und in verschiedenen Bezügen immer wieder auftreten. Nur so lässt sich auch die erforderliche Nachhaltigkeit erzielen.

Die Schüler müssen in die Lage versetzt werden, sicher zu argumentieren, indem sie fundiert beherrschen:

- die präzise Formulierung mathematischer Aussagen;
- Begründungen, Beweise, Negation von Aussagen, Umkehrschlüsse, vollständige Induktion;
- Aussageformen wie "es existiert (genau ein)", "für jedes", "genau dann, wenn", "daraus folgt (nicht)";
- die Überprüfung von Aussagen auf ihre Richtigkeit, die Formulierung von Gegenaussagen.

Auch muss der Mathematikunterricht die Erfahrung ermöglichen und die Fähigkeiten dazu vermitteln,

- mathematische Aspekte und Strukturen in Situationen des täglichen Lebens zu erkennen;
- eine mathematische Modellierung von Problemstellungen zu entwickeln;
- Probleme eigenständig anzugehen, und zwar unabhängig von einem fixierten mathematischen Rahmen.

Nur wenn die behandelten Themen interessant genug sind, können sie bei den Schülern auch die gewünschte Kreativität hervorrufen. In diesem Kontext sind die neuen Möglichkeiten verstärkt zu nutzen, die der Einsatz von Computern im Unterricht bietet (Computeralgebra, Visualisierung). Bisher gibt es auch viel zu wenige mathematische Experimente im Unterricht. Der Lauf der Geschichte der Mathematik zeigt ja auch deutliche Zyklen in der Entwicklung von der Theorie über Konstruktionen hin zu Experimenten, neuen Vermutungen, neuen Theorien.

3 Betreiben von Mathematik im Unterricht

Lehren heißt Lernumgebungen zu schaffen, die die Aktivität der Schülerinnen und Schüler fördern und auf diese Weise individuelle Lernprozesse stimulieren. Je nachdem, ob es darum geht, neues Wissen zu erwerben oder sich Strategien zur praktischen Nutzung dieses Wissens anzueignen, werden die Lernumgebungen verschieden sein.

Wie soll Mathematikunterricht insgesamt sein?

Er soll motivieren:

Schülerinnen und Schüler sollen Aufgaben (auch sehr einfache) bekommen *ohne* direkte Hinweise, wie sie zu lösen sind, um daran Problemlösefähigkeit und selbständiges Denken zu schulen. Dazu müssen die Probleme interessant, beobachtbar, visualisierbar sein und aus den verschiedensten Bereichen (z.B. aus dem Alltag, aus der Politik, aus der Wirtschaft, aus anderen Unterrichtsfächern oder auch aus der Mathematik) stammen.

Er soll Freiräume und Muße gewähren:

Schülerinnen und Schüler konstruieren sich dabei entsprechend individuelles mathematisches Wissen. Vor allem für den Aufbau eines Begriffs- und Regelverständnisses ist dazu mehr Zeit erforderlich, als oft eingeräumt wird.

Er soll anschaulich sein:

Beispiele aus der Zeitung, aus dem Alltag können Anlass für eine mathematische Modellierung, für eine kritische Bewertung von mitgeteilten Resultaten oder graphischen Darstellungen, für eigene Rechnungen und Darstellungen und für weitere Recherchen sein.

Er soll interaktiv sein und den Schülerinnen und Schülern mehr zutrauen:

Mathematikunterricht soll zum Probieren, Experimentieren, Analysieren, Messen, Berechnen, Knobeln und zum Spielen anregen und ermutigen. Er soll Schülerinnen und Schülern Gelegenheit geben, Probleme auf ihre Weise anzupacken. Dazu eignen sich besonders offene Lernformen, die auch eine Arbeit im Team ermöglichen.

Er soll produktiv mit alternativen Lösungen und Fehlern umgehen:

Viele Lösungswege eines Problems, die zunächst nicht zum Ziel führen, beinhalten oft einen Erkenntnisgewinn. Ebenso offenbaren viele „Fehler“ individuelle Verständnisschwierigkeiten oder Fehlvorstellungen, deren produktive Nutzung Lerngelegenheiten für alle bietet. Voraussetzung ist eine Unterrichtskultur, die Schülerinnen und Schüler, die solche „Fehler“ machen, nicht diskriminiert, sondern als Lernpartner versteht.

Alternative Lösungen zeigen die Kreativität von Lernenden. Sie herauszufordern und zu würdigen ist ein wichtiges Element des Mathematikunterrichts.

Er soll Lern- und Leistungssituationen trennen:

Selbstverständlich muss Mathematikunterricht Leistungen fordern und den Erwerb von Wissen, Fähigkeiten und Fertigkeiten überprüfen. Aber es behindert das Lernen, wenn Schülerinnen und Schüler sich permanent in Leistungssituationen wähen.

Er soll interdisziplinär sein:

Die Einteilung in die Einzeldisziplinen der Mathematik ist künstlich, Beziehungen zwischen verschiedenen Mathematikfeldern müssen explizit dargestellt und gepflegt werden.

Genauso sind Beziehungen und Bezüge zu anderen Unterrichtsfächern (inbes. Physik, Chemie, Erdkunde) wichtig, interessant und ausbaufähig.

Schlussbemerkung

Unter www.math.tu-berlin.de/~ziegler/BMG/ veröffentlichen wir eine Liste mit Anregungen für Unterrichtsinhalte, für „Schlaglichter“ und „Illustrationsthemen“. Die Liste ist vorläufig, weitere Anregungen sind willkommen. Unsere Hoffnung ist, dass in einem neu gestalteten Rahmenplan für solche Themen Platz und Zeit sein wird.

Literatur

[Ber02] BERLIN, SENATSVERWALTUNG BJS: *Einheitliche Prüfungsanforderungen (EPA) im Fach Mathematik*. Beschluss der 298. Kultusministerkonferenz, Seiten 1–50, Mai 2002.

[Fac98] FACHVERBÄNDE: *Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung an der Schwelle zu einem neuen Jahrhundert*. <http://www.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de/gdm/veroeffentlichungen>, 1998.